المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2016

- عناصر الإجابة -

NR 24

★★

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	9

التمرين الأول — 3.5 نقط

1-		تطبيق الخاصية المميزة لزمرة جزئية	0.5
2-		التحقق	0.5
3-	أ)	تعريف تشاكل	0.25
	ب)	الإشارة إلى أن: $(\mathbb{C}^*,\times)$ زمرة تبادلية و φ تشاكل	0.25
		الإشارة إلى أن: $\varphi(\mathbb{C}^*)=E^*$	0.25
		1 هو العنصر المحايد في $(\mathbb{C}^*,\times)$ و $\varphi(1)=M(1,0)$	0.25
4-		$(E,+)$ زمرة تبادلية عنصرها المحايد $O=M(0,0)$ حسب السؤال 1- و $(E^*,\times)$ زمرة تبادلية حسب السؤال 3-ب)	0.25
		القانون "$\times$" توزيعي بالنسبة للقانون "+" في E	0.25
5-	أ)	$A\times M(x,y)=O=M(0,0)$	0.5
	ب)	برهان بالخلف أو أية طريقة صحيحة أخرى	0.5

3 نقط

الجزء الأول

1-	الانطلاق من $a^3\equiv -b^3\ [173]$ و ملاحظة أن 57 عدد فردي	0.25
2-	173 يقسم a إذن يقسم a^3 إذن يقسم $b^3=(a^3+b^3)-a^3$ و بما أن 173	0.25

		عدد أولي فإنه يقسم b و العكس صحيح لأن a و b لهما نفس الدور	
-3		173 يقسم a إذن حسب السؤال 2- يقسم أيضا b و منه 173 يقسم $a+b$	0.25
-4	أ)	- 173 عدد أولي و لا يقسم a إذن أولي مع a - حسب السؤال 2- فإن 173 أولي أيضا مع b	0.25
		تطبيق مبرهنة فيرما بالنسبة للعدد a ثم بالنسبة للعدد b.	0.25
	ب)	استعمال نتيجتي السؤالين 1- و 4-أ)	0.5
	ج)	تطبيق مبرهنة كوص أو أية طريقة صحيحة أخرى	0.5
الجزء الثاني			
-1		التحقق	0.25
-2		مجموع عددين صحيحين يساوي 1 نستنتج أن $k=1$	0.25
		حلي المعادلة (E) في $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$: $(86,87)$ و $(87,86)$	0.25

3.5 نقط	**التمرين الثالث**		
-1	أ)	اثبات المتساوية	0.5
	ب)	شرط تداور أربع نقط	0.5
-2		في هذه الحالة لدينا : $z=\dfrac{\lvert z_1\rvert^2}{\mathrm{Re}(z_1)}\in\mathbb{R}$	0.5
-3	أ)	$z_2=e^{i\alpha}z_1$	0.5
	ب)	حسب السؤالين 1- و 3-أ) فإن: $\left\lvert\dfrac{z_1-z}{z_2-z}\right\rvert=1$ أو أية طريقة صحيحة أخرى	0.5
-4	أ)	الإنطلاق من : $z_1+z_2=\dfrac{e^{i\theta}+1}{6}$ و $z_1z_2=\dfrac{e^{i\theta}-1}{6}$ و $z=\dfrac{2z_1z_2}{z_1+z_2}$	0.5
	ب)	$z=2\dfrac{e^{i\theta}-1}{e^{i\theta}+1}=2i\tan\dfrac{\theta}{2}=2\tan\dfrac{\theta}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}=\ldots\ldots$ مع $0<\dfrac{\theta}{2}<\dfrac{\pi}{2}$	0.5

التمرين الرابع			7 نقط
الجزء الأول:			
1-		- تطبيق مبرهنة التزايدات المنتهية	0.25
		- الحصول على $e^{\theta}=\frac{x}{1-e^{-x}}$	0.25
2-	أ)	لدينا: $0<\theta<x$ و $1<e^{\theta}=\frac{x}{1-e^{-x}}$	0.25
	ب)	لدينا: $0<\theta<x$ و $e^{\theta}=\frac{x}{1-e^{-x}}<e^{x}$	0.25
	ج)	لدينا: $0<\theta<x$ و $\theta=\ln\left(\frac{xe^{x}}{e^{x}-1}\right)$	0.25
الجزء الثاني			
1-	أ)	اتصال الدالة على اليمين في 0	0.5
	ب)	اثبات النهاية	0.25
		التأويل المبياني	0.25
2-	أ)	اثبات المتفاوتة :اعتبار الجواب صحيح و لو لم يتطرق المترشح للحالة: $x=0$	0.25
	ب)	اثبات المتفاوتة المزدوجة	0.5
3-	أ)	التحقق	0.5
	ب)	استنتاج النهاية	0.5
		الدالة قابلة للاشتقاق على اليمين في 0	0.25
4-	أ)	قابلية اشتقاق الدالة على المجال $]0,+\infty[$	0.25
		حساب $f'(x)$	0.5
	ب)	الاستنتاج	0.5
الجزء الثالث			
1-		البرهان بالترجع	0.5
2-		المتتالية تناقصية باستعمال نتيجة السؤال 2-ج) من الجزء الأول أو أية طريقة أخرى	0.25

	المتتالية متقاربة	0.25
-3	0 هو الحل الوحيد باستعمال نتيجة السؤال 2 –ج) من الجزء الأول و $\ln(f(0))=0$ أو أية طريقة أخرى	0.25
	نهاية المتتالية	0.25

			3 نقط
		التمرين الخامس	
-1	أ)	الدالة $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^x-1}}$ موجبة إذن الإشارة حسب $0 < x \leq \ln 2$ أو $x \geq \ln 2$	0.5
	ب)	الدالة $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{e^x-1}}$ متصلة على المجال I إذن...	0.25
		حساب الدالة المشتقة الأولى.	0.25
	ج)	الدالة F تزايدية قطعا على المجال I	0.25
-2	أ)	حساب التكامل بتقنية تغيير المتغير و لا تقبل أية طريقة أخرى	0.5
	ب)	حساب النهاية الأولى	0.25
		حساب النهاية الثانية	0.25
-3	أ)	الدالة تقابل من I نحو $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ (تمنح النقطة كاملة و لو أخطأ المترشح في تحديد J)	0.25
	ب)	الاكتفاء بتحديد الصيغة: $F^{-1}(x)=\ln\left(\frac{1}{\cos^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}\right)$ أو أية صيغة أخرى صحيحة	0.5

SAD