

Concours d'accès
en 1^{ère} année du cycle normal de l'Institut Supérieur
d'Études Maritimes au titre de l'année académique 2008/2009

Epreuve : Mathématiques
Durée : 2 Heures

Exercice 1

On considère la suite réelle (U_n) définie par son premier terme $U_0 = -4$ et, pour tout nombre naturel non nul n , par : $U_n = \frac{2}{5} U_{n-1} - 3$

- Déterminer le nombre réel α tel que la suite $(V_n) = U_n + \alpha$ soit une suite géométrique,
- On précisera le premier terme et la raison.
- Calculer V_n en fonction de n , puis U_n en fonction de n .

On pose :

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n,$$

$$S'_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

- Calculer S_n .
- En déduire S'_n .

Exercice 2

Pour tout nombre complexe Z , on considère

$$f(z) = z^4 - 10z^3 + 38z^2 - 90z + 261$$

- Soit b un nombre réel, exprimer en fonction de b les parties réelles et imaginaires de $f(ib)$.
- En déduire que l'équation $f(z) = 0$ admet deux nombres imaginaires purs comme solution.
- Déterminer les deux nombres réels α et β tels que pour tout nombre complexe z , $f(z) = (z^2 + 9)(z^2 + \alpha z + \beta)$.
- Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $f(z) = 0$.

Exercice 3

Dériver les fonctions suivantes :

$$10. f(x) = \ln(\tan^2 x)$$

$$11. f(x) = 1 + x - \tan x + \frac{1}{3} \tan^3 x$$

Exercice 4

Calculer les primitives des fonctions données :

$$12. x e^{-x}$$

$$13. x^4 \ln x$$

$$14. \sin(\ln x)$$

$$15. \text{Calculer l'intégrale } \int_0^{\pi} 16x \cos^4 x dx$$

Soit f et g les fonctions numériques de la variable réelle x définies par :

$$f(x) = \sin^2 x \cos x, \quad g(x) = \sin^3 x$$

Déterminer les primitives :

16. de $f(x)$

17. de $g(x)$

18. Calculer l'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 9x \sin^2 x \cos x dx$.

Exercice 5

Calculer les limites

$$19. f(x) = \frac{1 + \cos 2x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)^2} \quad \text{quand } x \text{ tend vers } \frac{\pi}{2}$$

$$20. f(x) = \frac{\ln(\cos x)}{x \sin x} \quad \text{quand } x \text{ tend vers } 0$$