ROYAUME DU MAROC

---*---

MINISTERE DE L'EQUIPEMENT,
DU TRANSPORT ET DE LA LOGISTIQUE

---*---

I.S.E.M

INSTITUT SUPERIEUR
D'ETUDES MARITIMES

---*---

Concours d'accès en 1ère année du cycle normal (2015/2016)

Epreuve de Mathématique, durée 1h30

Questionnaire à choix multiples. Pour chaque question, une seule réponse est exacte.

Exercice 1 *On considère la fonction de variable réelle x définie par* $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$. *Alors,*

$\boxed{A}$ $D_f =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$.

$\boxed{B}$ f *est paire.*

$\boxed{C}$ f *n'est ni paire, ni impaire.*

$\boxed{D}$ f *est impaire.*

Exercice 2 *L'intégrale* $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx$ *est égale à :*

$\boxed{A}$ $-\dfrac{1}{2}$. $\boxed{B}$ $2\ln 2$. $\boxed{C}$ $\dfrac{\pi}{2}$. $\boxed{D}$ $\dfrac{\pi}{4}$.

Exercice 3 *L'intégrale* $\displaystyle\int_{-1}^1 \frac{1}{x+\sqrt{3}}dx$ *est égale à :*

$\boxed{A}$ $\dfrac{1}{1+\sqrt{3}} - \dfrac{1}{\sqrt{3}-1}$.

$\boxed{B}$ $2\ln(1+\sqrt{3}) - \ln 2$.

$\boxed{C}$ $\dfrac{1}{(\sqrt{3}-1)^2} - \dfrac{1}{(1+\sqrt{3})^2}$.

$\boxed{D}$ $\ln(\sqrt{3}-1) - \ln(1+\sqrt{3})$.

Exercice 4 *Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par* $f(x) = 2x - 1 + \dfrac{1}{x}$. *La courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal du plan admet pour asymptote au voisinage de $+\infty$ la droite d'équation :*

$\boxed{A}$ $y = 0$.

$\boxed{B}$ $y = 2x - 1$.

$\boxed{C}$ $y = 1 - 2x$.

$\boxed{D}$ $y = -x + 1$.

Exercice 5 *Le nombre* $2\ln\left(\dfrac{e}{4}\right) + 5\ln 2 + \ln\left(\dfrac{8}{e}\right)$ *est égal à :*

$\boxed{A}$ $1 + 4\ln 2$.

$\boxed{B}$ $4\ln 2 + 3$.

$\boxed{C}$ $2\ln 5 + 1$.

$\boxed{D}$ $8\ln 2$.

Exercice 6 *On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1, +\infty[$ par :* $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$. *On a*

$\boxed{A}$ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

$\boxed{B}$ $\displaystyle\lim_{x\to -1^+} f(x) = 2$.

$\boxed{C}$ $\displaystyle\lim_{x\to -1^+} f(x) = -1$.

$\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$.

Exercice 7 *Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+1)e^{2x}$. On rappelle que $2 < e < 3$.*

$\boxed{A}$ $f'(x) + 2f(x) = e^{2x}$. $\boxed{B}$ $f(x) = -\dfrac{1}{16}$ *a deux solutions distinctes.*

$\boxed{C}$ $\forall \alpha \leq -1$, $\displaystyle\int_{\alpha}^{-1} f(x)dx = -\frac{1}{4e^2} - \frac{2\alpha+1}{4}e^{2\alpha}$. $\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{\alpha \to -\infty} I_\alpha = +\infty$.

Exercice 8 *Pour tout réel $x \geq 1$, on pose : $F(x) = \displaystyle\int_{x^2}^{x^3} e^{-t^2}dt$. Alors, $F'(x)$ est égale à :*

$\boxed{A}$ $e^{-x^6} - e^{-x^4}$. $\boxed{B}$ $-2x^3e^{-x^3} + 2x^2e^{-x^2}$

$\boxed{C}$ $3x^2e^{-x^6} - 2xe^{-x^4}$ $\boxed{D}$ $e^{-x^6-x^4}$

Exercice 9 *Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \dfrac{n\left[(-1)^n e^\pi - 1\right]}{1+n^2}$. Alors,*

$\boxed{A}$ $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ *diverge.* $\boxed{B}$ $\forall n \in \mathbb{N}$, $|u_n| \leq \dfrac{n}{1+n^2}$.

$\boxed{C}$ $\forall n \geq 2$, $|u_n| \leq \dfrac{n(e^\pi+1)}{n^2-1}$. $\boxed{D}$ $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} nu_n = e^\pi - 1$.

Exercice 10 *Soit $u_n = 1 + a^{2^n}$ ($a \in]0,1[$). On pose :*

$$P_n = \prod_{k=1}^{n} u_k = u_1 u_2 \cdots u_n \quad \text{et} \quad S_n = \sum_{k=1}^{n} a^{2^k} = a^2 + a^{2^2} + \cdots + a^{2^n}.$$

On rappelle que $\forall x \in]0,1[$, $\ln(1+x) \leq x$.

$\boxed{A}$ S_n *est la somme des termes d'une suite géométrique.* $\boxed{B}$ $\ln P_n \leq S_n \leq \dfrac{1}{1-a}$.

$\boxed{C}$ $(P_n)_{n\geq 1}$ *est décroissante et* $(S_n)_{n\geq 1}$ *est croissante.* $\boxed{D}$ $(P_n)_{n\geq 1}$ *est divergente.*

Exercice 11 *On note $\mathbb{C}$ l'ensemble des nombres complexes. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère la fonction f qui à tout nombre complexe z associe $f(z) = z^2 + 2z + 9$.*

1. *l'image de $-1 + i\sqrt{3}$ par la fonction f est :*

   $\boxed{A}$ $3 - 4i\sqrt{3}$. $\boxed{B}$ 5. $\boxed{C}$ 9. $\boxed{D}$ $3 + 4i\sqrt{3}$.

2. *Les solutions de l'équation $f(z) = 5$, sont :*

   $\boxed{A}$ $1 - i\sqrt{3}$ *et* $1 + i\sqrt{3}$. $\boxed{B}$ $3 + 4i\sqrt{3}$ *et* $3 - 4i\sqrt{3}$.

   $\boxed{C}$ $-1 + i\sqrt{3}$ *et* $-1 - i\sqrt{3}$. $\boxed{D}$ 1 *et* 4.

3. *Le point M d'affixe le nombre complexe z vérifiant l'équation $|f(z) - 8| = 3$ décrit :*

   $\boxed{A}$ *le demi-axe* $(O, -\vec{u})$. $\boxed{B}$ *le cercle de centre* $\Omega(1,0)$ *et rayon* 3.

   $\boxed{C}$ *le demi-axe* $(O, \vec{v})$. $\boxed{D}$ *le cercle de centre* $\Omega(-1,0)$ *et rayon* $\sqrt{3}$.

4. *Dans le plan complexe, on note $\mathcal{E}$ l'ensemble des points d'affixe z est tels que $f(z)$ soit un nombre réel. Alors, $\mathcal{E}$ est*

   $\boxed{A}$ $\{(-1,0)\}$. $\boxed{B}$ *La réunion des droites d'équations respectives* $x = -1$ *et* $y = 0$.

   $\boxed{C}$ *La droite d'équation* $x = -1$. $\boxed{D}$ *La droite d'équation* $y = 0$.

Exercice 12 *Dans* $\mathbb{R}$, *l'équation* $\ln(x+4)+\ln(x-2)=\ln(2x+1)$:

[A] *n'a pas de Solulion.*

[B] *admet exactement une solulion négative.*

[C] *admet exactement une solulion positive.*

[D] *admet exactement deux solutions.*

Exercice 13 *Pour tout entier naturel* n, *on pose* $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx}\sin x dx$ *et* $J_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx}\cos x dx$.

Alors,

[A] $I_0=0$ *et* $J_0=1$.

[B] $I_n+nJ_n=2$.

[C] $J_n-nI_n=e^{-n\frac{\pi}{2}}$.

[D] $I_n\geq 2$.

Exercice 14 *Soit* f *la fonction définie sur* $\mathbb{R}$ *par :*

$$f(x)=\begin{cases} x\exp\left(\frac{2x}{x^2-1}\right) & si \quad x\in\mathbb{R}\setminus\{-1,1\}, \\ 0 & si \quad x=-1 \quad ou \quad x=1. \end{cases}$$

On note C_f *la courbe représentative de* f *dans un repère orthonormé* (xOy).

1. *Alors,*

   [A] f *est continue sur* $\mathbb{R}$.

   [B] $\forall x\neq 0,\ f(x)f(\frac{1}{x})=1$.

   [C] f *est impaire.*

   [D] f *est dérivable au point* -1 *et* 1.

2. *On a les limites suivantes :*

   [A] $\lim_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$.

   [B] $\lim_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$.

   [C] $\lim_{x\to -\infty} f(x)=0$.

   [D] $\lim_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$.

3. *La courbe représentative* C_f *de* f *admet comme asymptote au voisinage de* $+\infty$ *la droite d'équation :*

   [A] $y=x-2$.

   [B] $y=x+2$.

   [C] $y=-x+2$.

   [D] $y=-x-2$.

Exercice 15 *Une pièce de monnaie est telle que la probabilité d'obtenir Face est égale à* $\frac{1}{3}$. *On lance 6 fois de suite cette pièce.*

[A] *La probabilité d'avoir au moins une fois Face est* $\dfrac{664}{729}$.

[B] *La probabilité d'avoir au plus une fois Face est* $\dfrac{256}{769}$.

[C] *La probabilité d'avoir exactement deux fois Face est* $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\left(\dfrac{2}{3}\right)^4$.

[D] *Le nombre moyen de lancers qui donne Fase est* 3.