

Concours d'accès en 1^{ère} année du cycle normal (2015/2016)
Epreuve de Physique, durée 1h30

Exercice I

Dans le plan vertical $(O, \vec{x}, \vec{y})$, on dispose d'un ressort (R_1) à spires non jointives, de masse négligeable, de longueur à vide $l_0 = 10 \text{ cm}$ et de raideur $k = 20 \text{ N.m}^{-1}$. Le ressort est enfilé sur une tige verticale, l'extrémité M est fixée à un solide (S), l'autre extrémité est soudée en O. Le solide (S), assimilé à un point matériel de masse $m = 20 \text{ g}$ peut glisser sans frottement sur la tige verticale (figure 1). La position de (S) par rapport à O est notée $x(t)$. On donne $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

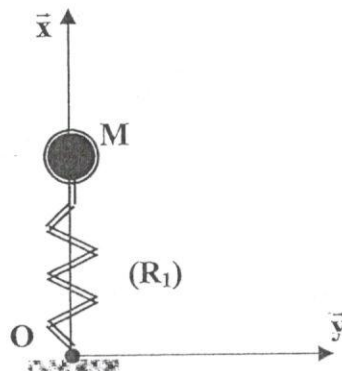


Figure 1.



Question 1 : On considère que le solide (S) est au repos. Déterminer dans ce cas la position d'équilibre, x_e de (S).

Réponses A : $x_e = 5 \text{ cm}$

B : $x_e = 8 \text{ cm}$

C : $x_e = 9 \text{ cm}$

I- On écarte le solide (S) de 1 cm de sa position d'équilibre dans le sens positif de l'axe Ox puis on le lâche sans vitesse.

Question 2 : Appliquer le principe fondamental de la dynamique au solide (S). En déduire l'équation différentielle du mouvement.

Réponses A : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_0 - g$ B : $\frac{d^2x}{dt^2} - \frac{k}{m}x = \frac{k}{m}l_0 - g$ C : $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{m}{k}x = \frac{m}{k}l_0 - g$

Question 3 : Effectuer le changement de variable $x = X(t) + x_e$ sur l'équation différentielle obtenue dans la question précédente.

Réponses A : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m}X = 0$ B : $\frac{d^2X}{dt^2} - \frac{k}{m}X = 0$ C : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{m}{k}X = 0$

Question 4 : Donner la solution $X(t)$. Calculer la fréquence ainsi que la période du mouvement.

Réponse A : $X(t) = 10^{-3} \cos(10\sqrt{10} t)$ Période = $\frac{\pi}{5\sqrt{10}} S$ Fréquence = $10\sqrt{10} s^{-1}$

Réponse B : $X(t) = 10^{-2} \cos(10^{-1}\sqrt{10^{-1}} t)$ Période = $\frac{2\pi}{10^{-1}\sqrt{10^{-1}}} S$ Fréquence = $10^{-1}\sqrt{10^{-1}} s^{-1}$

Réponse C : $X(t) = 10^{-2} \cos(10\sqrt{10} t)$ Période = $\frac{\pi}{5\sqrt{10}} S$ Fréquence = $10\sqrt{10} s^{-1}$

Question 5 : Calculer la vitesse du solide (S) lors de son deuxième passage par la position d'équilibre.

Réponses A : $10^{-1}\sqrt{10} m/s$ B : $10\sqrt{10} m/s$ C : $10^{-1}\sqrt{10^{-1}} m/s$

Question 6 : Calculer l'accélération du solide (S) lors de son deuxième passage par la position d'équilibre.

Réponses A : $\sqrt{10} m.s^{-2}$ B : $0 m.s^{-2}$ C : $\sqrt{10^{-1}} m.s^{-2}$

II- Le solide (S) est soumis à une force verticale permettant d'entretenir un mouvement périodique vertical. Cette force est donnée sous la forme : $F = F_0 \cos(\Omega t)$

Question 7 : Etablir l'équation différentielle, en $X(t)$, qui régit le mouvement oscillatoire forcé par rapport à l'équilibre.

Réponses

A : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{m}{k} X = \frac{F_0}{k} \cos(\Omega t)$ B : $\frac{d^2X}{dt^2} - \frac{k}{m} X = F_0 \cos(\Omega t)$ C : $\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m} X = \frac{F_0}{m} \cos(\Omega t)$

Question 8 : La solution de l'équation différentielle obtenue dans la question 7 est cherchée en régime permanent sous la forme $A \cos(\Omega t + \phi)$. Déterminer l'amplitude du mouvement, A, ainsi que la phase ϕ .

Réponses

A : $A = \frac{\frac{F_0}{k}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}, \phi = \pi$ B : $A = \frac{\frac{F_0}{k}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}, \phi = 0$ C : $A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\frac{k}{m} - \Omega^2}, \phi = 0$

Question 9 : Donner une explication physique du le résultat obtenu pour la phase ϕ .

Réponses :

- A : Ce résultat est dû à l'absence de frottement
B : Ce résultat est dû à la raideur du ressort
C : Ce résultat est dû à l'entretien du mouvement périodique.

Question 10 : Pour quelle valeur de Ω , l'amplitude du mouvement peut-elle être infinie ?

Réponses : A : $\Omega = \frac{k}{m}$ B : $\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ C : $\Omega = \sqrt{\frac{m}{k}}$