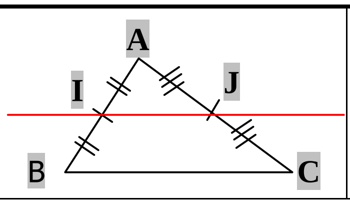
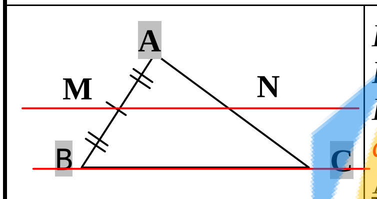
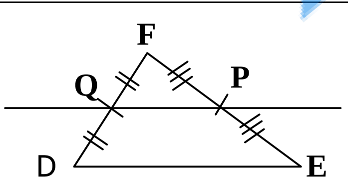
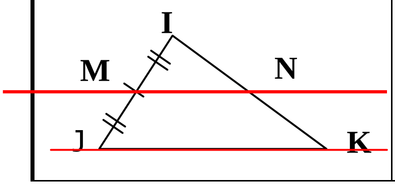
Groupe des Instituts Excel

Triangles et droites paralèlles exercices corrections

EXERCICE 1

Dessin à main levée	Conclusion
a. ABC est un triangle. I est le milieu de [AB] et J est le milieu de[AC].	
	Dans le triangle **ABC** Puisque **I est le milieu de [AB]** Et puisque **J est le milieu de [AC]** Alors **(IJ) est parallèle à (BC)**
b. ABC est un triangle. M est le milieu de [AB]. La droite (d), parallèle à [BC] passant par M coupe [AC] en N.	
	*Dans le triangle ABC* *Puisque* M est le milieu du segment [AB]. *Et puisque la droite (MN) est parallèle à la droite (BC) (ou au segment [BC])* Alors N est le milieu du segment [AC]
c. DEF est un triangle. P est le milieu de [EF] et Q est le milieu de[DF].	
	*Dans le triangle DEF* *Puisque Q est le milieu de segment [DF]* *Et puisque P est le milieu de segment [EF]* Alors (QP) est parallèle à (DE) Mais aussi la longueur QP est la moitié de la longueur DE
d. IJK est un triangle. M est le milieu de [IJ]. La droite (d), parallèle à [JK] passant par M coupe [IK] en N.	
	*Dans le triangle IJK* *Puisque* M est le milieu de segment [IJ] *Et puisque la droite (MN) est parallèle à la droite (JK)* Alors N est le milieu du segment [IK]

EXERCICE 2

ABCD est un parallélogramme de centre O et M est le milieu de [AB].

Démontrer que (OM) est parallèle à (BC).

POINT METHODE : La rédaction d'une démonstration comporte toujours :

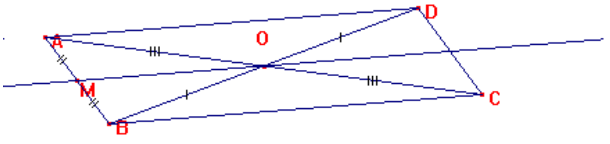
Hypothèses — *On sait que …. On a …. (données de l'énoncé)*
.

Propriété ou théorème — *Or …. Si …. Alors …..(récitation d'une partie du cours par coeur)*

Conclusion — *Donc ….. (que cherche t on a démontrer ? toujours écrit dans l'énoncé, c'est la question demandée)*

Ex 2 : ABCD est un parallélogramme de centre O et M est le milieu de [AB]. Démontrer que (OM) est parallèle à (BC).

Rédaction Ex 2

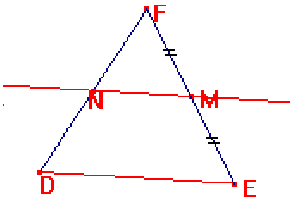


On sait que *M est le milieu du segment [AB]*
O est le milieu de la diagonale [AC], car O est le centre du parallélogramme.

Or si une droite passe par les milieux des deux côtés d'un triangle
Alors elle est parallèle au troisième côté.

Donc (OM) est parallèle à (BC).

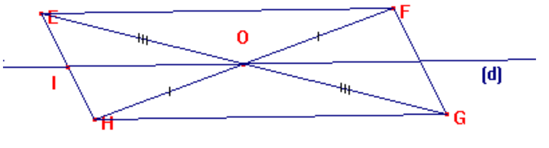
EXERCICE 3 DEF est un triangle équilatéral de côté 6 cm. M est le milieu de [EF].On trace la parallèle à [DE] passant par M, qui coupe [DF] en N. Démontrer que N est le milieu de [DF].



On sait que ►M *est le milieu du segment [EF]*
►*La droite (MN) est parallèle au côté [DE].*
Or si Dans un triangle, une droite est parallèle à un côté et passe par le milieu d'un côté
Alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
Donc N est le milieu de [FD].

Remarque : le fait que DEF soit un triangle équilatéral ne joue aucun rôle.

EXERCICE 4 EFGH est un parallélogramme de centre O. La droite (d) est la parallèle à (EF) passant par O. Elle coupe [EH] en I.
Démontrer que I est le milieu de [EH].

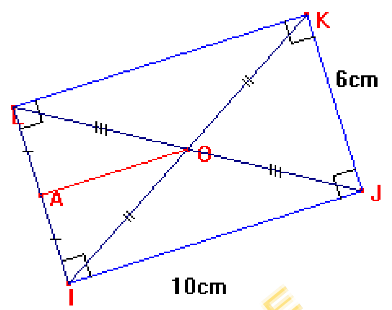


On sait que ►*O est le milieu du segment [EG] , car O est le centre du parallélogramme*
►*La droite (d) est parallèle au côté [HG].*

Or si Dans un triangle, une droite est parallèle à un côté et passe par le milieu d'un deuxième côté.
Alors elle coupe le troisième côté en son milieu.
Donc I est le milieu de [EH].

EXERCICE 5

IJKL est un rectangle de centre O tel que
IJ = KL = 10 cm et JK = LI = 6 cm.
A est le milieu de [IL].
Démontrer que OA = 5 cm.



On sait que le point A est le milieu du segment [IL] et
O est le milieu du segment [LJ] , car O est le centre du rectangle
Or si dans un triangle un segment a pour extrémités les milieux des deux côtés d'un triangle
Alors sa longueur est la moitié de celle du au troisième côté.

Donc $IJ = 2 \times OA$ ou

EXERCICE 6 [AB] est un segment de longueur 3 cm.
O est un point n'appartenant pas à [AB].
a. Construire les points M et N, symétriques de O par rapport à A et B.
b. Démontrer que (AB) et (MN) sont parallèles.
c. Démontrer que MN = 6 cm

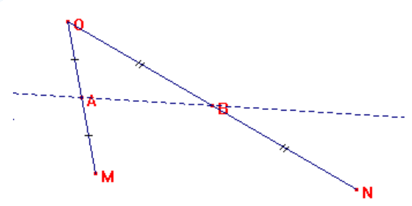
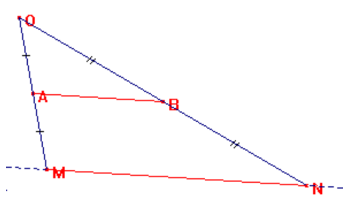


Fig question a.



b. On sait que les points A et B sont les milieux respectif des segments [OM] et [ON] car les points M et N sont les symétriques des points A et B par rapport a O.

Or si dans un triangle, une droite passe par les milieux des deux côtés d'un triangle
Alors elle est parallèle au troisième côté.
Donc les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

c. Avec les mêmes hypothèses qu'en b.
si dans un triangle un segment a pour extrémités les milieux des deux côtés d'un triangle
Alors sa longueur est la moitié de celle du au troisième côté.

Donc MN=2×AB soit MN=6 cm

EXERCICE 7

(d) et (d') sont deux droites sécantes en A. On place les points I et J respectivement sur (d) et (d'), puis M est le milieu de [AI].

a. Faire une figure.

b. Tracer la parallèle à (IJ) passant par M. Elle coupe (d') en N.

c. Que peut-on dire du point N ? Expliquer.

er que MN = 6 cm

EXERCICE 7

(d) et (d') sont deux droites sécantes en A. On place les points I et J respectivement sur (d) et (d'), puis M est le milieu de [AI].

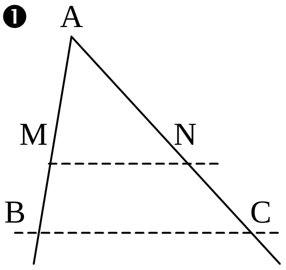
a. Faire une figure.

b. Tracer la parallèle à (IJ) passant par M. Elle coupe (d') en N.

c. Que peut-on dire du point N ? Expliquer.

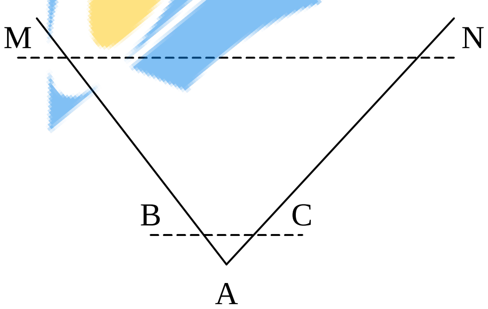
EXERCICE 8

Les droites en pointillé sont parallèles. Retrouver pour chaque figure les deux triangles et les deux droites parallèles, puis écrire l'égalité de rapports correspondante :

❶


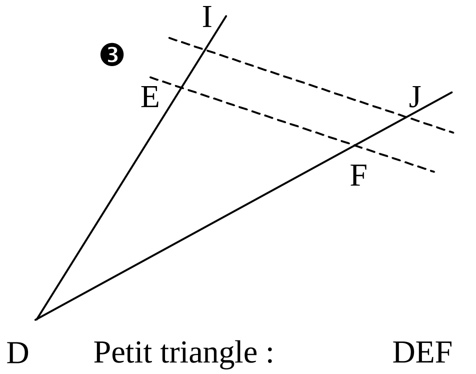
Petit triangle : ABC
Grand triangle : AMN
Droites : (MN) // (BC)

$$\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$$

❷


Petit triangle : AMN
Grand triangle : ABC
Droites : (MN) // (BC)

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

❸


Petit triangle : DEF
Grand triangle : DIJ
Droites : (EF) // (IJ)

$$\frac{DE}{DI}=\frac{DF}{DJ}=\frac{EF}{IJ}$$

❶ **METHODE : COMMENT ECRIRE LES RAPPORT DE PROPORTIONNALITE RELATIFS A LA PROPRIETE DE THALES**

► **UN SEUL POINT EST LE SOMMET COMMUN C'EST A :** $\frac{A....}{A....}=\frac{A....}{A....}=\frac{......}{......}$

► **ON CHOISIT UN AUTRE POINT (4 POSSIBILITES) :** $\frac{AN}{A....}=\frac{A....}{A....}=\frac{......}{......}$

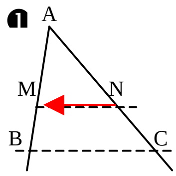
► **ON COMPLETE LE RAPPORT (1 POSSIBILITE) :** $\frac{AN}{AC}=\frac{A....}{A....}=\frac{......}{......}$

► **POUR LE RAPPORT SUIVANT , LES LETTRES SONT OBTENUES EN « GLISSANT LE LONG DES PARALLELES » (1 POSSIBILITE) :**

$\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{A....}=\frac{......}{......}$

Puis

$\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}=\frac{......}{......}$



► **ON COMPLETE LE DERNIER RAPPORT AVEC LES LETTRES AUTRES QUE A LE SOMMET COMMUN (1 POSSIBILITE) :** $\boxed{\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}}$

EXERCICE 9 En se référant à l'**EXERCICE 8**, écrire puis résoudre l'équation permettant de retrouver le côté manquant.

❶ *AM=5 ; AB=6 ; AC=7,2 Retrouver AN.*

$\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$ données de l'énoncé : $\frac{AN}{7.2}=\frac{5}{6}=\frac{MN}{BC}$ Donc $\frac{AN}{7.2}=\frac{5}{6}$

Produit en croix $AN\times6=7.2\times5$

Résolution $AN=\frac{7.2\times5}{6}=\frac{36}{6}=6$ donc AN = 6

❷ *AB=2 ; AC=2,5 ; AM=8 Retrouver AN.*

$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$ données de l'énoncé : $\frac{8}{2}=\frac{AN}{2.5}=\frac{MN}{BC}$ Donc $\frac{8}{2}=\frac{AN}{2.5}$

Produit en croix $AN\times2=8\times2.5$

Résolution $AN=\frac{8\times2.5}{2}=\frac{20}{2}=10$ donc AN = 10

❸ *DE=7 ; DF=8 ; DI=8,4 Retrouver DJ.*

$\frac{DE}{DI}=\frac{DF}{DJ}=\frac{EF}{IJ}$ données de l'énoncé : $\frac{7}{8.4}=\frac{8}{DJ}=\frac{EF}{IJ}$ Donc $\frac{7}{8.4}=\frac{8}{DJ}$

Produit en croix $7\times DJ=8.4\times8$

Résolution $DJ=\frac{8.4\times8}{7}=\frac{67.2}{7}=9.6$ donc DJ = 9,6

EXERCICE 10 Compléter les pointillés pour que les rapports soient égaux :

A. $\frac{4}{5}=\frac{6}{7,5}$	***b.*** $\frac{9}{12}=\frac{6}{8}$	***C*** . $\frac{3.33}{4}\approx\frac{5}{6}$	***D*** . $\frac{7}{10}=\frac{10,5}{15}$	***E*** $\frac{6}{8}=\frac{9}{12}$	***f.*** $\frac{2,4}{3}=\frac{4}{5}$ $2.4\times x=3\times4$

METHODE : COMMENT TROUVER UNE QUATRIEME PROPORTIONNELLE A L'AIDE D'UN PRODUIT EN CROIX

► $\frac{4}{5}=\frac{......}{7,5}$ **ON CHERCHE X TEL QUE** $\frac{4}{5}=\frac{x}{7,5}$

1 ► SI DEUX FRACTIONS SONT EGALES ALORS ON PEUT ECRIRE LE PRODUIT EN CROIX : $\boxed{4\times7.5=5\times x}$

1 ► ON PEUT ALORS RESOUDRE CETTE EQUATION

$$\boxed{x=\frac{4\times7.5}{5}=\frac{30}{5}=6}$$

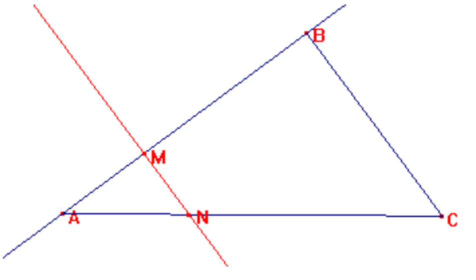
Exercice 11

ABC est un triangle tel que :

AB = 6 cm ; AC = 7,5 cm ; BC = 4,5 cm

M est un point de [AB] tel que AM = 2 cm. On trace la parallèle à (BC) passant par M. Elle coupe [AC] en N.

a. *Faire une figure à main levée :*



b. Compléter

Dans le triangle ABC ,

M est un point du segment [AB]

N est un point du segment [AC]

Puisque les droites (MN) et (BC) sont parallèles

Alors d'après la propriété de Thalès :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$$

(ou aussi $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}=\frac{BC}{MN}$)

.

c. Déterminer la longueur AN :

On reporte les données de l'énoncé

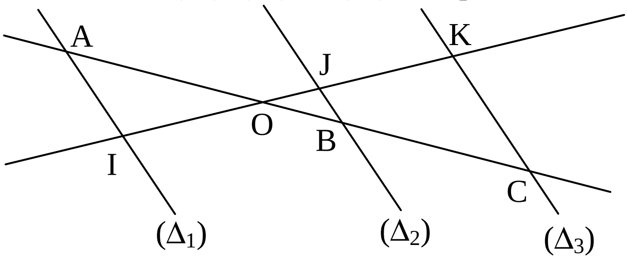
$\frac{2}{6}=\frac{AN}{7.5}=\frac{MN}{4.5}$ je sélectionne l'égalité $\frac{2}{6}=\frac{AN}{7.5}$ (ou $\frac{6}{2}=\frac{7,5}{AN}$)

(produit en croix $2\times 7.5=6\times AN$)

$AN=\frac{2\times 7.5}{6}=\frac{15}{6}=2.5$ donc $\boxed{AN=2.5cm}$

EXERCICE 12

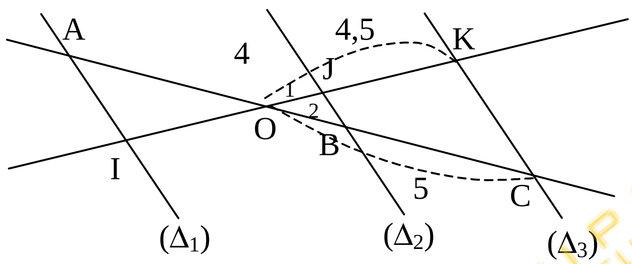
a. Les droites (Δ_1), (Δ_2), et (Δ_3) sont parallèles.



OA=4 ; OB=2 ; OC=5 ; OK=4,5 ; JB=1

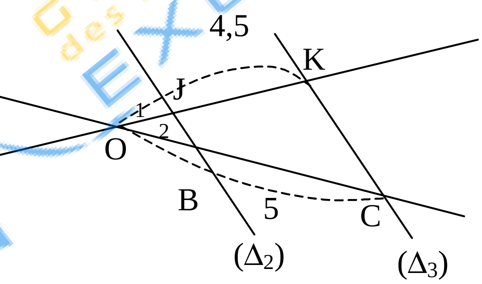
Déterminer les longueurs OJ et KC (on arrondira le résultat au dixième).

Faire une figure en reportant les données de l'énoncé :



Ici on peut extraire le triangle qui nous intéresse

Dans le triangle OKC,
J est un point du segment [OK]
B est un point du segment [OC]
Puisque les droites (JB) et (KC) sont parallèles



Alors d'après la propriété de Thalès :

$$\frac{OJ}{OK} = \frac{OB}{OC} = \frac{JB}{KC}$$

$$\text{Donc } \frac{OJ}{4,5} = \frac{2}{5} = \frac{1}{KC}$$

<u>Calcul de OJ</u>

$\frac{OJ}{4,5} = \frac{2}{5}$ Produit en croix : $OJ \times 5 = 4,5 \times 2$ résolution $OJ = 4,5 \times \frac{2}{5} = 1,8$

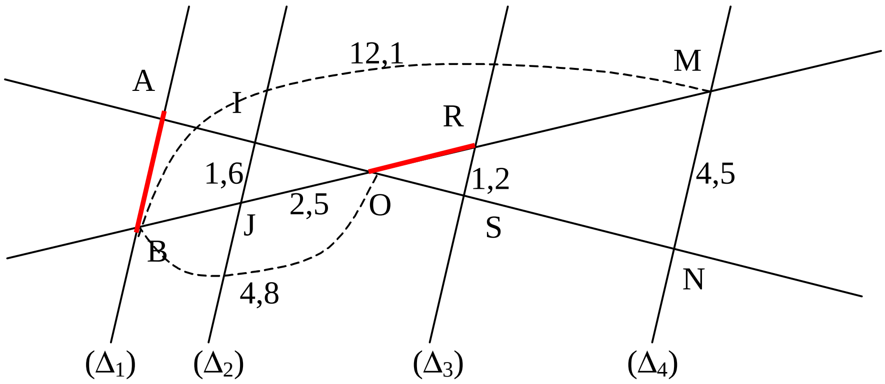
$\boxed{\text{Donc OJ = 1,8}}$

<u>Calcul de KC</u>

$\frac{2}{5} = \frac{1}{KC}$ Produit en croix : $KC \times 2 = 5 \times 1$ résolution : $KC = \frac{5}{2} = 2,5$

$\boxed{\text{Donc KC=2,5}}$

b. Les droites (Δ_1), (Δ_2), (Δ_3) et (Δ_4) sont parallèles.



OJ=2,5 ; OB=4,8 ; IJ=1,6   MN=4,5 ; RS=1,2 ; BM=12,1
Déterminer les longueurs AB et OR (on arrondira le résultat au dixième).

En regardant le dessin on remarque que l'on ne peut calculer AB dans un premier temps :

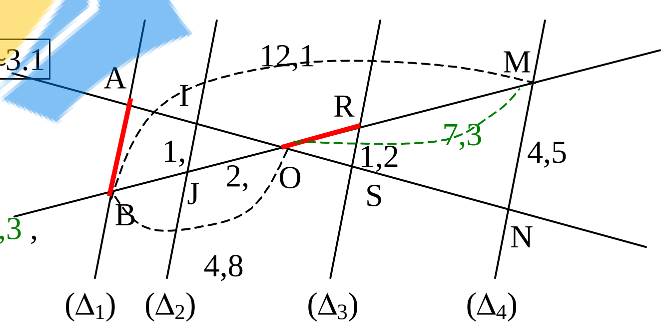
<u>Calcul de AB</u>

Dans le triangle OAB , I est un point du segment [OA]
J est un point du segment [OB]
Puisque les droites (IJ) et (AB) sont parallèles
Alors d'après la propriété de Thalès :

$\frac{OI}{OA}=\frac{OJ}{OB}=\frac{IJ}{AB}$ avec les données : $\frac{OI}{OA}=\frac{2,5}{4,8}=\frac{1,6}{AB}$

On a : $\frac{2,5}{4,8}=\frac{1,6}{AB}$, produit en croix : $AB\times 2,5=4,8\times 1,6$ donc

$AB=\frac{4,8\times 1,6}{2,5}=3.072$ $\boxed{\text{donc } AB\approx 3,1}$



<u>Calcul de OR</u>

On remarque que
OM = BM – OB = 12,1 - 4,8 = 7,3 ,
on peut calculer OR.
Dans le triangle OMN ,
R est un point du segment [OM]
S est un point du segment [ON]
Puisque les droites (RS) et (MN) sont parallèles
Alors d'après la propriété de Thalès :

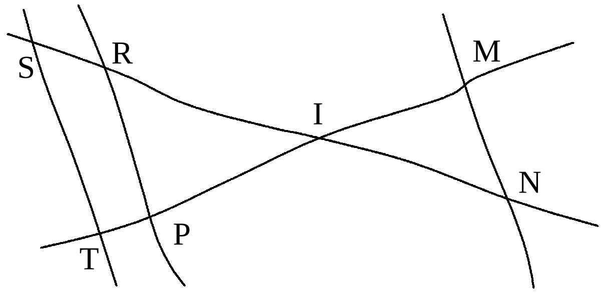
$\frac{OR}{OM}=\frac{OS}{ON}=\frac{RS}{MN}$ avec les données : $\frac{OR}{7,3}=\frac{OS}{ON}=\frac{1,2}{4,5}$

On a : $\frac{OR}{7,3}=\frac{1,2}{4,5}$, produit en croix : $OR\times 4,5=7,3\times 1,2$ donc

$OR=\frac{7,3\times 1,2}{4,5}\approx 1,9$ $\boxed{\text{Donc } OR\approx 1,9}$

Exercice 13 - Clermont-Ferrand 2000.

Sur la figure ci-après, tracée à main levée :



IR = 8 cm RP = 10 cm IP = 4 cm

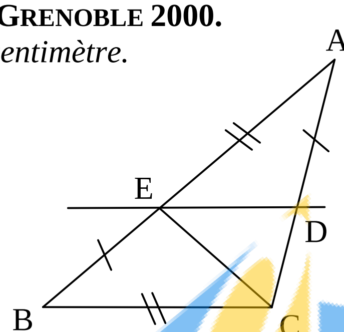
IM = 4 cm IS = 10 cm IN = 6 cm IT = 5 cm

On ne demande pas de refaire la figure.

➔ Sachant que les droites (ST) et (RP) sont parallèles, calculer ST.

Exercice 14 - Grenoble 2000.

L'unité est le centimètre.



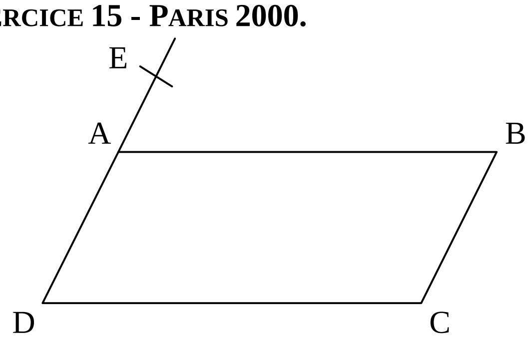
On considère le triangle ABC.

Soit E un point du segment [AB] ; la parallèle à la droite (BC) passant par E coupe le segment [AC] au point D.

On donne AE = BC = 3 et EB = AD = 2.

➔ Montrer que ED = 1,8.

Exercice 15 - Paris 2000.



ABCD est un parallélogramme :

- AB = 8 cm AD = 4,5 cm ;
- E est le point de la droite (AD) tel que AE=1,5cm et E n'est pas sur le segment [AD] ;

- La droite (EC) coupe le segment [AB] en M.

➔ Calculer AM.