

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة .

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين و مسألة، مستقلة فيما بينها، و تتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	4 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	5 نقط
التمرين الثالث	النهايات و الاشتقاق و حساب التكامل	4 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية	7 نقطة

- نرّمز بـ $\bar{z}$ لمرافق العدد العقدي z
- $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النّبيري .

الصفحة 2 3	NS 22	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	
		التمرين الأول (4 نقط): لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5}$ لكل n من IN (1) احسب u_1 0.25 (2) بين بالترجع أن لكل n من IN ، $u_n > 0$ 0.5 (3) أ) بين أن $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ لكل n من IN ، ثم استنتج أن $0 < u_n \leq \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل n من IN 1 ب) احسب النهاية $\lim u_n$ 0.5 (4) نعتبر (v_n) المتتالية العددية المعرفة ب $v_n = \frac{4u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من IN أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$ 0.75 ب) حدد بدلالة n ثم استنتج بدلالة n لكل n من IN 1	
		التمرين الثاني (5 نقط) : (1) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\square$ المعادلة : $z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})z + 16 = 0$: (E) أ) تحقق من أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$ 0.5 ب) استنتج حلي المعادلة (E) 1 (2) نعتبر الأعداد العقدية : $a = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ و $b = 1 + i\sqrt{3}$ و $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ أ) تحقق من أن $b\bar{c} = a$ و استنتج أن $ac = 4b$ 0.75 ب) أكتب العددين العقديين b و c على الشكل المثلثي 0.5 ج) استنتج أن $a = 4\left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}\right)$ 0.5 (3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط B و C و D التي أحاقها على التوالي هي b و c و d ، حيث $d = a^4$. ليكن z لحق نقطة M و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{12}$. أ) تحقق أن $z' = \frac{1}{4}az$ 0.5 ب) حدد صورة النقطة C بالدوران R 0.25 ج) حدد طبيعة المثلث OBC . 0.25 د) بين أن $a^4 = 128b$ و استنتج أن النقط O و B و D مستقيمية 0.75	

الصفحة	3	NS 22	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2020 - الموضوع - مادة: الرياضيات- شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية
3			

التمرين الثالث (4 نقط) :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln x$

(1) أ) بين أن لكل x من المجال $]0; +\infty[$ ، $g'(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x}$ 0.5

ب) بين أن الدالة g تزايدية قطعا على المجال $[1; +\infty[$ 0.5

ج) استنتج أن لكل x من المجال $[1; +\infty[$ ، $0 \leq \ln x \leq 2\sqrt{x}$ (لاحظ أن $2\sqrt{x} - 2 \leq 2\sqrt{x}$) 0.5

د) بين أن لكل x من المجال $[1; +\infty[$ ، $0 \leq \frac{(\ln x)^3}{x^2} \leq \frac{8}{\sqrt{x}}$ ثم استنتج النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^3}{x^2}$ 1

(2) أ) بين أن الدالة G المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي : $G(x) = x \left(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln x \right)$ هي دالة أصلية للدالة g 0.75

ب) احسب التكامل $\int_1^4 g(x)dx$ 0.75

المسألة (7 نقط) :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x) = -x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4)$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة : 2cm)

(1) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ وأن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ 0.5

(2) أ) برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = -x + \frac{5}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ 0.5

ب) حل المعادلة $e^{x-2} - 4 = 0$ ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت (Δ) على المجال $[2 + \ln 4, +\infty[$ وفوق (Δ) على المجال $]-\infty, 2 + \ln 4]$ 0.75

(3) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا 0.5

(4) أ) بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = -(e^{x-2} - 1)^2$ 0.5

ب) ضع جدول تغيرات الدالة f 0.25

(5) احسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن $A(2, 2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) 0.75

(6) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $2 + \ln 3 < \alpha < 2 + \ln 4$ 0.5

(7) أنشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (نأخذ القيمتين المقربتين التاليتين : $\ln 2 \approx 0,7$ و $\ln 3 \approx 1,1$) 1

(8) أ) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$ 0.5

ب) أنشئ في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المنحنى الممثل للدالة f^{-1} (لاحظ أن المستقيم (Δ) عمودي على المنصف الأول للمعلم) 0.75

ج) أحسب $(f^{-1})'(2 - \ln 3)$ (لاحظ أن $f^{-1}(2 - \ln 3) = 2 + \ln 3$) 0.5