التمرين 1:

1- أ- لنحل في $\mathbb{R}$ المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$

لتكن D_E مجموعة تعريف المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$.

$x\in D_E \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$

$D_E=\mathbb{R}$

لتكن S_E مجموعة حلول المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$.

$x\in S_E \Rightarrow e^{2x}-4e^{x}+3=0$

$\Rightarrow (e^{x})^2-4e^{x}+3=0$

$\Rightarrow t^2-4t+3=0$ نضع $e^{x}=t$

لدينا $a=1$ و $b=-4$ و $c=3$

نحسب Δ: $\Delta=b^2-4ac=(-4)^2-4\times1\times3=16-12$

$\Delta=4$

بما أن $\Delta>0$ فالمعادلة $t^2-4t+3=0$ تقبل حلين

$t_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{4+\sqrt{4}}{2}=\dfrac{4+2}{2}=\dfrac{6}{2}=3$

$t_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{4-\sqrt{4}}{2}=\dfrac{4-2}{2}=\dfrac{2}{2}=1$ (0,5)

ومنه

$\Rightarrow t=1$ او $t=3$

$\Rightarrow e^{x}=1$ او $e^{x}=3$

$\Rightarrow \ln(e^{x})=\ln(1)$ او $\ln(e^{x})=\ln(3)$

$\Rightarrow x=0\in\mathbb{R}_E$ او $x=\ln3\in D_E$

اذن مجموعة حلول المعادلة $e^{2x}-4e^{x}+3=0$ هي:

$S=\{0;\ln3\}$

ب- لنحل في $\mathbb{R}$ المتراجحة $e^{2x}-4e^{x}+3\leq0$

لتكن D_I مجموعة تعريف المتراجحة $e^{2x}-4e^{x}+3\leq0$

$x\in D_I \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$

$D_I=\mathbb{R}$

النقط الجزئية

مجموع نقط الصفحة

لتكن S_I مجموعة حلول المتراجحة : $e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$

$x \in S_I \Rightarrow e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$

$\Rightarrow (e^x)^2 - 4e^x + 3 \leq 0$

$\Rightarrow t^2 - 4t + 3 \leq 0$ نضع $t = e^x$

$\Rightarrow (t-1)(t-3) \leq 0$

$\Rightarrow (e^x - 1)(e^x - 3) \leq 0$

$e^x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 1$: $(e^x-1)(e^x-3) \leq 0$ لدراسة إشارة نرسم جدول

$\Leftrightarrow \ln(e^x) \geq \ln(1)$

$\Leftrightarrow x \geq 0$

$e^x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow e^x \geq 3$

$\Leftrightarrow \ln(e^x) \geq \ln(3)$

$\Leftrightarrow x \geq \ln(3)$

x	$-\infty$		0		$\ln 3$		$+\infty$
$e^x - 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$e^x - 3$		$-$		$-$	0	$+$	
$(e^x-1)(e^x-3)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

GROUPE des INSTITUTS EXCEL

إذن مجموعة حلول المتراجحة $e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$ هي

$S_I = [0; \ln 3] \cap \mathbb{R}$ (0,5)

$S_I = [0; \ln 3]$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^{2x} - 1} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(e^x-1)(e^x-3)}{(e^x)^2 - 1^2} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(e^x-1)(e^x-3)}{(e^x-1)(e^x+1)}$ /2

$= \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 3}{e^x + 1}$

$= \dfrac{e^0 - 3}{e^0 + 1}$

$= \dfrac{1-3}{1+1} = \dfrac{-2}{2}$ (0,5)

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^{2x} - 1} = -1$

2/ برهان أن :

- الدالة $x \mapsto e^{2x} + e^x + 4x$ متصلة على $\mathbb{R}$ وبالخصوص على المجال $[-1;0]$

① مجموع دوال متصلة على هذا المجال.

- $\begin{cases} e^{2\times 0} + e^0 + 4\times 0 = 1+1 = 2 > 0 \\ e^{-2} + e^{-1} - 4 < 0 \end{cases}$ (0,5)

② $(e^{2\times 0} + e^0 + 4\times 0)(e^{-2} + e^{-1} - 4) < 0$

من ① و ② المعادلة $e^{2x} + e^x + 4x = 0$ تقبل حلا على المجال $[-1;0]$ حسب مبرهنة القيم الوسطية

التمرين الثاني 2:

① -

$$u_1 = u_{0+1} = \frac{u_0}{3 - 2u_0} = \frac{\frac{1}{2}}{3 - 2\times\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{3-1} = \frac{\frac{1}{2}}{2}$$

$$u_1 = \frac{1}{4}$$ (0,25)

② - من أجل $n=0$ لدينا $u_0 = \frac{1}{2}$ و $0 \leq \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$ ومنه $0 \leq u_0 \leq \frac{1}{2}$

استنتاج خاصية من أجل $n=0$.

- ليكن n من $\mathbb{N}$، نفترض أن $0 \leq u_n \leq \frac{1}{2}$

- لنبين أن $0 \leq u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$

- لدينا $u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n}$ ، ولدينا حسب الافتراض :

. $u_n > 0$

. $u_n \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2u_n \leq 1 \Rightarrow -2u_n \geq -1 \Rightarrow 3 - 2u_n \geq 2 > 0$

$\Rightarrow 3 - 2u_n > 0$

ومنه $\frac{u_n}{3-2u_n} > 0 \Rightarrow \boxed{u_{n+1} > 0}$ ①

ولدينا $u_{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{u_n}{3-2u_n} - \frac{1}{2} = \frac{2u_n - (3-2u_n)}{2(3-2u_n)}$ (0,5)

$$= \frac{2u_n - 3 + 2u_n}{2(3-2u_n)}$$

$$= \frac{4u_n - 3}{2(3-2u_n)}$$

لدينا حسب الافتراض $u_n \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 4u_n \leq 2 \Rightarrow 4u_n - 3 \leq -1 < 0 \Rightarrow 4u_n - 3 < 0$

NOTE DEFINITIVE	
EN CHIFFRES	EN LETTRES
20	sur vingt

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION : .....

MATIERE : .....

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE : .....

النقط الجزئية

$u_n \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2u_n \leq 1 \Rightarrow -2u_n \geq -1 \Rightarrow 3-2u_n \geq 1 > 0 \Rightarrow 3-2u_n > 0$

$\Rightarrow 2(3-2u_n) > 0$

$\frac{4u_n-3}{2(3-2u_n)} \leq 0 \Rightarrow u_{n+1} - \frac{1}{2} \leq 0 \Rightarrow u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$ ②

ومنه من ① و ② نستنتج أن $0 < u_{n+1} \leq \frac{1}{2}$

ومنه بالتدرج نجد أن حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع

$\forall n \in \mathbb{N};\ 0 < u_n \leq \frac{1}{2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} - \frac{1}{2} = \frac{\frac{u_n}{3-2u_n}}{u_n} - \frac{1}{2} = \frac{1}{3-2u_n} - \frac{1}{2}$ -أ/3

وبنا حسب نتيجة السؤال السابق

$\forall n \in \mathbb{N};\ u_n \leq \frac{1}{2} \Rightarrow -2u_n \geq -1 \Rightarrow 3-2u_n \geq 2 \Rightarrow \frac{1}{3-2u_n} \leq \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{3-2u_n} - \frac{1}{2} \leq 0$

$\Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} - \frac{1}{2} \leq 0$

$\Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$

0,5

$\forall n \in \mathbb{N};\ \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2}$ إذن

ب) لدينا حسب نتيجة السؤال السابق

$\forall n \in \mathbb{N};\ \frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \Rightarrow u_{n+1} < u_n$

$\Rightarrow u_{n+1} < u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$ لأن

0,5

$\forall n \in \mathbb{N};\ u_{n+1} < u_n$ إذن

إذن المتتالية (u_n) تناقصية

4/1- لنبين أن $0 < u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ لدينا حسب نتيجة سؤال 2

$\forall n \in \mathbb{N};\ u_n > 0$ ، لنبين بالتراجع أن $u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

- من أجل $n=0$ لدينا $u_0 = \frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2} < \frac{1}{2}$ ومنه $u_0 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{0+1}$

إذن الخاصية صحيحة من أجل $n=0$

- ليكن n من $\mathbb{N}$ ، نفترض أن $u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

- لنبين أن $u_{n+1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$

لدينا حسب الفرض أن

$u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \Rightarrow \frac{1}{2}u_n \leq \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \Rightarrow \frac{1}{2}u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$

ولدينا حسب نتيجة السؤال 3-1

مجموع نقط الصفحة

الشعبة أو المسلك :

20 | على عشرون

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها):

النقط الجزئية

$\forall n \in \mathbb{N}; u_n > 0$ لدينا

$\frac{u_{n+1}}{u_n} < \frac{1}{2}$ لدينا n $\Rightarrow$ $u_{n+1} < \frac{1}{2} u_n$

ومنه $u_{n+1} < \frac{1}{2} u_n < \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$

ومنه حسب مبرهنة $u_{n+1} < \left(\frac{1}{2}\right)^{n+2}$ و

$\forall n \in \mathbb{N}; u_n < \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ ⑨

إذن من ⑧ و⑨ نستنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}; 0 < u_n < \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

0,75

ولدينا $\lim_{n \to +\infty} 0 = 0$

$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \times 0 = 0$

لأن $-1 < \frac{1}{2} < 1 \Rightarrow \lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$

إذن حسب مبرهنة المقارنة $\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$

ب) $\lim_{n \to +\infty} v_n = \lim_{n \to +\infty} \ln(3 - 2u_n) = \ln(3 - 2 \cdot 0)$

$\lim_{n \to +\infty} v_n = \ln(3)$

0,5

لأن $\lim_{n \to +\infty} u_n = 0$ و $]0; +\infty[$ مجال مضمن في $D_{\ln}$ و $\ln$ دالة متصلة على $]0; +\infty[$

ج) 1- لدينا

$\frac{1}{u_{n+1}} - 1 = \frac{1}{\frac{u_n}{3 - 2u_n}} - 1 = \frac{3 - 2u_n}{u_n} - 1$

$= \frac{3 - 2u_n - u_n}{u_n} = \frac{3 - 3u_n}{u_n} = 3\left(\frac{1 - u_n}{u_n}\right)$

0,5

$= 3\left(\frac{1}{u_n} - \frac{u_n}{u_n}\right)$

$\forall n \in \mathbb{N}; \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = 3\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$

2- لتكن (w_n) متتالية عددية معرفة بما يلي $\forall n \in \mathbb{N}; w_n = \frac{1}{u_n} - 1$

ولدينا $\forall n \in \mathbb{N}; w_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1}} - 1 = 3\left(\frac{1}{u_n} - 1\right)$

$\forall n \in \mathbb{N}; w_{n+1} = 3 w_n$

مجموع نقط الصفحة

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته. أو يضع أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

النقط الجزئية

ومنه (w_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$ بما أن (w_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $w_0 = \frac{1}{u_0} - 1 = \frac{1}{\frac{1}{2}} - 1 = 2-1$ ومنه $w_0 = 1$

6/15 صفحة

$$\forall n \in \mathbb{N} : w_n = w_p \, q^{n-p}$$
$$= w_0 \cdot q^{n-0}$$
$$\forall n \in \mathbb{N} : w_n = 3^n$$

0,5

ومنه $w_n = \frac{1}{u_n} - 1 \Rightarrow \frac{1}{u_n} = w_n + 1 \Rightarrow u_n = \frac{1}{1+w_n}$

$$\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{1}{1+3^n}$$

التمرين 3 :

1) لنحل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد العقدية المعادلة $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$

لدينا $a = 1$; $b = -\sqrt{3}$; $c = 1$

نحسب Δ : $\Delta = b^2 - 4ac = (-\sqrt{3})^2 - 4 \times 1 \times 1$

$$\Delta = -1$$

بما أن $\Delta < 0$ فإن المعادلة $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ تقبل حلين مركبين مرافقين هما

$$z_1 = \frac{-b + i\sqrt{-\Delta}}{2a} = \frac{\sqrt{3} + i\sqrt{1}}{2} = \frac{\sqrt{3}+i}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$z_2 = \overline{z_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

0,75

إذن مجموعة حلول المعادلة $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ هي

$$S = \left\{ \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \; ; \; \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right\}$$

لدينا $a = e^{i\frac{\pi}{6}} = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2} + i \cdot \frac{1}{2}$$

0,25

$$\bar{a} \cdot b = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)\left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i - \frac{3}{4}i - \frac{\sqrt{3}}{4}i^2$$

0,5

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4\sqrt{3}}{4}$$

$$\bar{a}\, b = \sqrt{3}$$

مجموع نقط الصفحة

3)

$$z_{\overrightarrow{OB}} = z_B - z_O = b - 0 = b = \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$z_{\overrightarrow{OA}} = z_A - z_O = a - 0 = a = \frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}$$

لدينا

$$\frac{z_{\overrightarrow{OB}}}{z_{\overrightarrow{OA}}} = \frac{b}{a} = \frac{b\bar{a}}{a\bar{a}} = \frac{\sqrt{3}}{|a|^2} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

ومنه

$$\frac{z_{\overrightarrow{OB}}}{z_{\overrightarrow{OA}}} = \sqrt{3} \Leftrightarrow z_{\overrightarrow{OB}} = \sqrt{3}\, z_{\overrightarrow{OA}}$$

0,5

$$\Leftrightarrow z_B - z_O = \sqrt{3}(z_A - z_O)$$
$$\Leftrightarrow z_B = \sqrt{3}(z_A - z_O) + z_O$$
$$\Leftrightarrow h(A) = B$$

أن B هي صورة النقطة A بتحاكي h الذي مركزه O ونسبته $k = \sqrt{3}$

4/ أ- ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران r الذي مركزه A وزاوية $\frac{\pi}{2}$

$$R(M) = M' \Leftrightarrow AM = AM' \text{ و } (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AM'}) = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$$
$$\Leftrightarrow |z - z_A| = |z' - z_A| \text{ و } \arg\left(\frac{z' - z_A}{z - z_A}\right) = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$$

GROUPE INSTITUTS EXCELLENCE

$$\Leftrightarrow \frac{|z' - z_A|}{|z - z_A|} = 1 \text{ و } \arg\left(\frac{z' - z_A}{z - z_A}\right) = \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$$
$$\Leftrightarrow \left|\frac{z' - z_A}{z - z_A}\right| = 1 \text{ و } \arg\left(\frac{z' - z_A}{z - z_A}\right) = \frac{\pi}{2}\ (2\pi)$$
$$\Leftrightarrow \frac{z' - z_A}{z - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$$

0,5

$$\Leftrightarrow z' - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_A)$$
$$\Leftrightarrow z' = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_A) + z_A$$
$$\Leftrightarrow z' = i(z - a) + a$$
$$\Leftrightarrow z' = iz - ia + a$$
$$\Leftrightarrow z' = iz + a(1 - i)$$

$R(M) = M'$

ب- لدينا حسب السؤال السابق

$$R(M) = M' \Leftrightarrow z' = iz + a(1 - i)$$

EN CHIFFRES	EN LETTRES
20	sur vingt

BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION : .....

MATIERE : .....

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE : .....

النقط الجزئية

$R(C)=D \Leftrightarrow z_D = i z_C + a(1-i)$

$\Leftrightarrow z_D = i\bar{a} + a(1-i)$

$\Leftrightarrow z_D = i\bar{a} + a - ia$

$\Leftrightarrow z_D = a + i\bar{a} - ia$

$\Leftrightarrow z_D = a + i(\bar{a} - a)$

$\Leftrightarrow z_D = a - i(a - \bar{a})$

$\Leftrightarrow z_D = a - 2i\,Im(a)\,i$

$\Leftrightarrow z_D = a - 2i^2\,Im(a)$

$\Leftrightarrow z_D = a + 2\,Im(a)$

$\Leftrightarrow z_D = a + 2 \times \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow z_D = a + 1$

$R(C)=D \Leftrightarrow d = a + 1$

0,25

2)

$z_{\overrightarrow{AD}} = z_D - z_A = d - a = a + 1 - a = 1$ (1)

$z_{\overrightarrow{OI}} = z_I - z_O = z_I = 1$ (2)

$z_{\overrightarrow{AD}} = z_{\overrightarrow{OI}} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OI}$

من (1) و (2)

(ADIO) متوازي الأضلاع إذن

$OA = |z_A - z_O| = |z_A| = \left|\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$ (3)

$AD = |z_D - z_A| = |d - a| = |a + 1 - a| = 1$ (4)

من (3) و (4)

$OA = AD$ (2)

0,5

من (1) و (2) معين ADIO

3) - أ - لنتحقق أن $d - b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$

لدينا $d - b = a + 1 - b = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i + 1 - \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2} + 1 + \frac{1}{2}i - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

مجموع نقط الصفحة

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته. أو يضع أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

المـــادة :

الشعبة أو المسلك :

20 | على عشرون

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها):

النقط الجزئية

ورقة 4/4 صفحة 3/15

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - i\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\right)$

$= \frac{\sqrt{3}-1}{2} - i\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

$d - b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1 - i)$

لدينا عمدة لـ $d-b$:

$d-b = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i) \Rightarrow \arg(d-b) \equiv \arg\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)\right)[2\pi]$

0,75

$\equiv \arg\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right) + \arg(1-i)[2\pi]$

$\equiv 0 + \arg(1-i)[2\pi]$

$\arg(d-b) \equiv \arg(1-i)[2\pi]$ لأن $\frac{\sqrt{3}-1}{2} > 0$

لدينا

$|1-i| = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

$1 - i = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right) = \sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$1 - i = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

$\arg(1-i) \equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi]$

إذن

$\arg(d-b) \equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi]$

ب) لدينا

$1 - b = 1 - \frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

لدينا

$|1-b| = \left|-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1$

$1 - b = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = 1\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 1\left(-\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$

0,5

$= 1\left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right)$

$1 - b = 1\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$

مجموع نقط الصفحة

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته. أو يضع أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

$(\overrightarrow{BI};\overrightarrow{BD}) \equiv \arg\left(\frac{z_D - z_B}{z_I - z_B}\right) [2\pi]$ (2.

$\equiv \arg\left(\frac{d-b}{1-b}\right) [2\pi]$ 10/15 تعليق

$\equiv \arg(d-b) - \arg(1-b) [2\pi]$ 0,5

$\equiv -\frac{\pi}{4} - \frac{4\pi}{3} [2\pi]$

$(\overrightarrow{BI};\overrightarrow{BD}) \equiv -\frac{19}{12}\pi [2\pi]$ إذن

المسألة:

1- $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} 2x\ln x - 2x = 2\times 0 - 2\times 0$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 0$

لأن $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$ 0,5

$\lim_{x\to 0^+} 2x = 2\times 0 = 0$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$ ومنه $f(0) = 0$

إذن الدالة f متصلة على اليمين في النقطة 0.

2- أ- $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} 2x\ln x - 2x = \lim_{x\to+\infty} 2x(\ln x - 1)$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} 2x = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty \Rightarrow \lim_{x\to+\infty} \ln x - 1 = +\infty$ 0,5

ب- $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x(\ln x - 1)}{x} = \lim_{x\to+\infty} 2(\ln x - 1) = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$ إذن $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ 0,5

ج- بما أن $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ فإن (C) يقبل فرع شلجمي اتجاهه محور الأراتيب بجوار $+\infty$.

3- $\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2x\ln x - 2x}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2x(\ln x - 1)}{x}$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to 0^+} 2[\ln x - 1]$ 0,5

لأن $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$

$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)}{x} = -\infty \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-0}{x-0} = -\infty$ لدينا

مجموع نقط الصفحة

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته. أو يضع أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

صفحة 11/15

$\lim_{x \to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -\infty$

إذن $(\mathcal{C})$ المنحنى الممثل لـ f يقبل نصف مماس موجه نحو الأسفل في النقطة $O(0,0)$ على اليمين

$\forall x \in]0;+\infty[\; ; \; f'(x) = (2x\ln x - 2x)'$

$= 2(x\ln x)' + (-2)'$

$= 2(x'\ln x + (\ln x)' x) + 0$

$= 2(\ln x + \frac{x}{x}) + 0$

$\forall x \in]0;+\infty[\; f'(x) = 2(\ln x + 1)$

ب/ بما أن $2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ هي

ب/

$\forall x \in]0;+\infty[\; ; \; f'(x) = (2x\ln x - 2x)'$

$= 2(x\ln x)' - 2(x)'$

$= 2(x'\ln x + (\ln x)' x) - 2$

$= 2(\ln x + \frac{x}{x}) - 2$

$= 2(\ln x + 1) - 2$

$= 2\ln x + 2 - 2$

0,5

$\forall x \in]0;+\infty[\; f'(x) = 2\ln x$

ج/ بما أن $2 > 0$ فإن إشارة $f'(x)$ هي إشارة $\ln x$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ 0	↘	-2	↗	$+\infty$

0,5

4) - أ - ندرس في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=0$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x\ln x - 2x = 0$

$\Leftrightarrow 2x(\ln x - 1) = 0$

$\Leftrightarrow 2x = 0$ أو $\ln x - 1 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ أو $\ln x = 1$

$\Leftrightarrow$ المعادلة $x=0$ تقبل حل في المجال $]0;+\infty[$ لأن $\forall x \in]0;+\infty[\; x > 0$ أو $e^{\ln x} = e^1$

0,25

$\Leftrightarrow x = e \in]0;+\infty[$

GROUPE des INSTITUTS EXCEL

EN CHIFFRES	EN LETTRES
20	sur vingt

EXAMEN DU BACCALAURÉAT

SÉRIE / OPTION : .....

MATIERE : .....

NOM DE CORRECTEUR ET SIGNATURE : .....

النقط الجزئية

$S_1 = \{e\}$ ومنه $f(x) = 0$ إذن مجموعة حلول المعادلة

لنحل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = x$

$f(x) = x \Leftrightarrow 2x\ln x - 2x = x$

$\Leftrightarrow 2x\ln x - 3x = 0$

$\Leftrightarrow x(2\ln x - 3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ أو $2\ln x - 3 = 0$ 0,25

$\Leftrightarrow x = 0$ المعادلة g $\ln x = \frac{3}{2}$

$0 \notin]0; +\infty[$ لأن x ينتمي إلى المجال

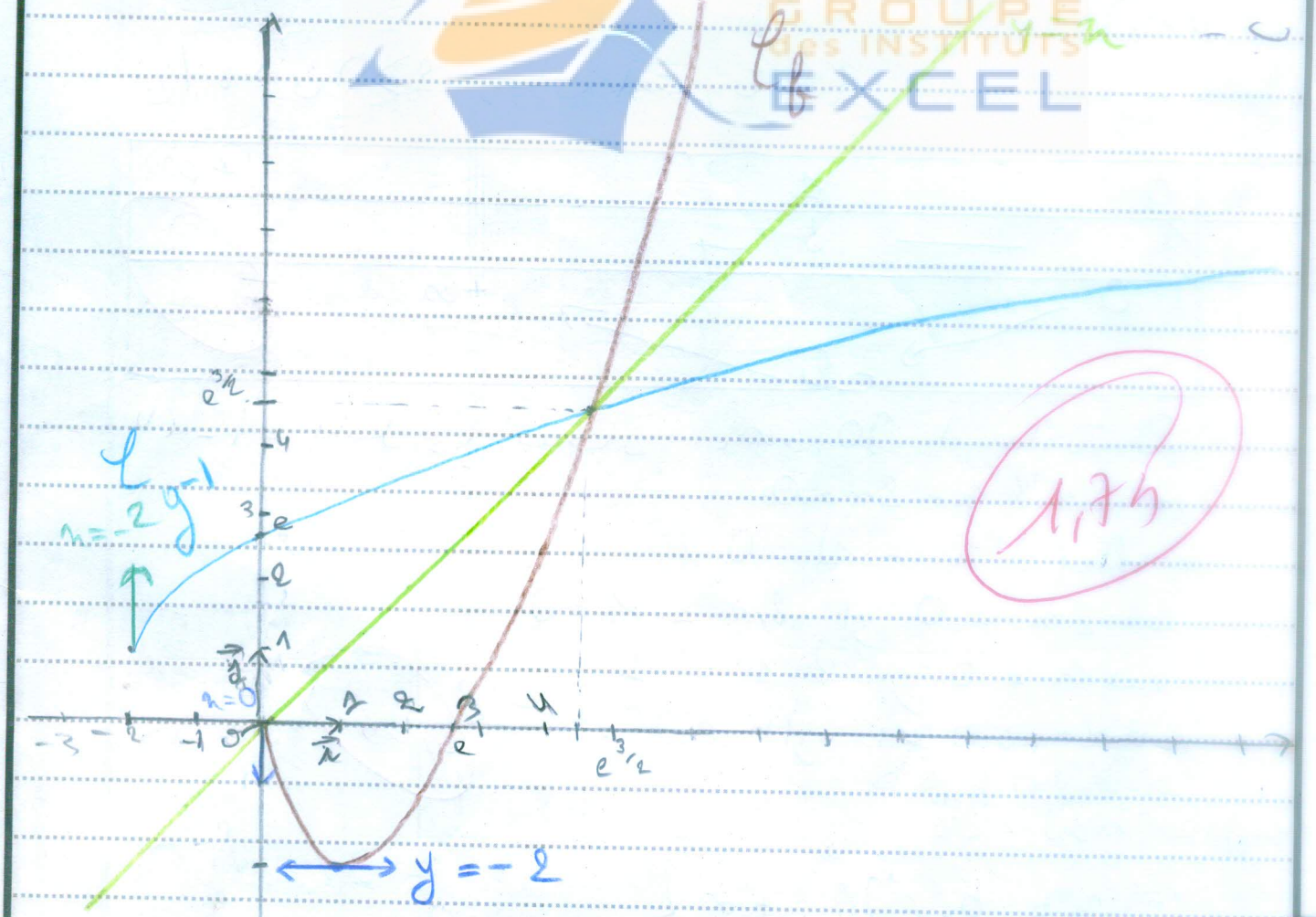
$\forall x \in]0; +\infty[\; x > 0$

$\Leftrightarrow e^{\ln x} = e^{\frac{3}{2}}$

$\Leftrightarrow x = e^{\frac{3}{2}}$

$S_2 = \{e^{\frac{3}{2}}\}$ ومنه $f(x) = x$ إذن مجموعة حلول المعادلة

ب -



1,75

مجموع نقط الصفحة

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته. أو يضع أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

بالأرقام	بالحروف
20	على عشرون

المـــادة : .....

الشعبة أو المسلك : .....

اسم المصحح (ة) وتوقيعه (ها): .....

النقط الجزئية

$\begin{cases} u(x) = \frac{x^2}{2} \\ v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$ ادن $\begin{cases} u'(x) = x \\ v(x) = \ln x \end{cases}$; ei - i/5

$$\int_1^e x \ln x \, dx = \left[\frac{x^2}{2} \ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \frac{1}{x} \, dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{x}{2} \, dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \ln x\right]_1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x \, dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} \ln x\right]_1^e - \frac{1}{2} \left[\frac{x^2}{2}\right]_1^e \quad (0,5)$$

$$= \frac{e^2}{2} \ln(e) - \frac{1^2}{2} \ln(1) - \frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{2} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{e^2}{2} \times 1 - \frac{1}{2} \times 0 - \frac{1}{2}\left(\frac{e^2-1}{2}\right)$$

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{e^2-1}{4}$$

$$= \frac{2e^2 - e^2 + 1}{4} = \frac{e^2+1}{4}$$

$$\int_1^e x \ln x \, dx = \frac{1+e^2}{4}$$

$$\int_1^e 2|\ln x| \, dx = \int_1^e 2x \ln x - 2x = \int_1^e 2x \ln x \, dx + \int_1^e -2x \, dx$$

$$= 2\int_1^e x \ln x \, dx - 2\int_1^e x \, dx$$

$$= 2 \times \frac{e^2+1}{4} - 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^e \quad (0,5)$$

$$= \frac{e^2+1}{2} - 2\left(\frac{e^2}{2} - \frac{1^2}{2}\right)$$

$$= \frac{e^2+1}{2} - 2\left(\frac{e^2-1}{2}\right)$$

$$= \frac{e^2+1}{2} - \left(e^2 - 1\right)$$

مجموع نقط الصفحة

GROUPE des INSTITUTS EXCEL

يمنع على المترشح أن يمضي ورقته. أو يضع أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها.

$$= \frac{e^2+1-2(e^2-1)}{2} = \frac{e^2+1-2e^2+2}{2} = \frac{-e^2+3}{2}$$

$$\int_1^e f(x)\,dx = -\left(\frac{e^2-3}{2}\right)$$

3-2 السؤال (0,25) أ-1- لدينا من خلال جدول تغيرات الدالة f على $]0;+\infty[$ فإن f تقبل قيمة دنيا على المجال $]0;+\infty[$

ب- لدينا 2- قيمة دنيا للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ومنه

$\forall x \in]0;+\infty[\ ; f(x) \geq -2 \Rightarrow 2x\ln x - 2x \geq -2$

$\Rightarrow 2(x\ln x - x) \geq -2$

$\Rightarrow x\ln x - x \geq -\frac{2}{2}$ (0,5)

$\Rightarrow x\ln x - x \geq -1$

$\Rightarrow x\ln x \geq x-1$

$\Rightarrow \ln x \geq \frac{x-1}{x}$

وبالتالي $\forall x \in]0;+\infty[\ ; \ln x \geq \frac{x-1}{x}$ لأن $\forall x \in]0;+\infty[\ ; x > 0$

ج-1- بيان أن:

الدالة g معرفة على المجال $[1;+\infty[$ و $g([1;+\infty[) = [-2;+\infty[$ (0,5)

- الدالة g مستمرة ورتيبة قطعا على المجال $[1;+\infty[$

فإن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على المجال $J = g([1;+\infty[)$

$J = [g(1); \lim_{x\to+\infty} g(x)[$ حيث

$J = [-2;+\infty[$

ب) (C_g) و $(C_{g^{-1}})$ متماثلتان بالنسبة للمنصف الأول للمعلم $y=x$

$(O,\vec{i},\vec{j})$ المعلم

8-1- لدينا

$$\begin{cases} h(x) = x^3+3x & ; x \leq 0 \\ h(x) = 2x\ln x - 2x & ; x > 0 \end{cases}$$

GROUPE EXCEL

يمنع على آلة شحن أن يمضي ورقته أو يضع أية علامة يمكنها أن تبين مصدرها

18 - أ -

$\lim_{x\to 0^+} h(x) = \lim_{x\to 0^+}$

$h(0) = 0^3 + 3\times 0 = 0$ لدينا

نحسب نهاية الدالة h على اليسار في النقطة 0.

$\lim_{x\to 0^-} h(x) = \lim_{x\to 0^-} x^3 + 3x = 0^3 + 3\times 0 = 0$

$\lim_{x\to 0^-} h(x) = h(0)$

0,5 ① إذن الدالة h متصلة على اليسار في النقطة 0.

نحسب نهاية الدالة h على اليمين في النقطة 0.

$\lim_{x\to 0^+} h(x) = \lim_{x\to 0^+} 2x\ln x - 2x = 0 - 0 = 0$

$\lim_{x\to 0^+} h(x) = h(0)$

لأن $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$ و $\lim_{x\to 0^+} -2x = -2\times 0 = 0$

0,5 ② ومنه الدالة h متصلة على اليمين في النقطة 0

من ① و ② الدالة h متصلة في $\mathbb{R}$ النقطة 0.

ب/

$\lim_{x\to 0^-} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^3+3x-0}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{x^3+3x}{x}$

$= \lim_{x\to 0^-} \frac{x(x^2+3)}{x}$

$= \lim_{x\to 0^-} x^2 + 3$

$= 0^2 + 3$

0,5 $\lim_{x\to 0^-} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = 3 \in \mathbb{R}$

إذن الدالة h قابلة للاشتقاق على اليسار في النقطة 0 و $h'_g(0) = 3$

و المنحنى $(\mathcal{C})$ يقبل نصف مماس على اليمين معامله الموجه هو 3.

النقطة $O(0;0)$

ج) الدالة h غير قابلة للاشتقاق في 0 لأن الدالة h غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 لأن

$\lim_{x\to 0^+} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{g(x)-0}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{g(x)}{x}$

0,25 $\lim_{x\to 0^+} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = +\infty$

GROUPE des INSTITUTS EXCEL