المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والرياضة
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2022
– الموضوع –

RS 22	SSSSSSSSSSSSSSSSSSS-SS

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك علوم الحياة والأرض خيار رياضة ودراسة ومسلك العلوم الفيزيائية ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من أربعة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	2.5 نقط
التمرين الثاني	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثالث	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الرابع	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية وحساب التكامل	8.5 نقط

- $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

التمرين الأول (2.5 نقط):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=\frac{\sqrt{2}}{2}u_n+\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ لكل n من IN

0.5 1) أ) بين أن لكل n من IN : $u_n>1$

0.75 ب) بين أن لكل n من IN : $u_{n+1}-u_n=\frac{\sqrt{2}-2}{2}(u_n-1)$ واستنتج أن المتتالية (u_n) تناقصية ومتقاربة .

2) نضع لكل n من IN ، $v_n=u_n-1$

0.5 أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

0.5 ب) اكتب u_n بدلالة n ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n)

0.25 ج) احسب المجموع $S=u_0+u_1+u_2+...+u_{2021}$

التمرين الثاني (3 نقط):

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقطتين $A(1,-1,1)$ و $B(5,1,-3)$

لتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(3,0,-1)$ و شعاعها $R=3$ ، و المستقيم (Δ) المار من النقطة A والموجه بالمتجهة $\vec{u}(2,-2,1)$

0.25 1) أ) احسب المسافة ΩA

0.5 ب) بين أن المستقيمين (Δ) و (ΩA) متعامدان

0.25 ج) استنتج الوضع النسبي للمستقيم (Δ) والفلكة (S)

2) لتكن النقطة $M_a(2a-3,\ 3-2a,\ a-1)$ حيث $a\in\mathbb{R}$ ،

0.5 بين أن $\overrightarrow{AM_a}=(a-2).\vec{u}$ واستنتج أن $M_a\in(\Delta)$ لكل عدد a من $\mathbb{R}$

0.5 3)أ) تحقق أن $2x-2y+z-9a+13=0$ معادلة للمستوى (P_a) المار من M_a والعمودي على المستقيم (Δ)

0.5 ب) بين أن $d(\Omega,(P_a))=|3a-6|$

0.5 ج) حدد قيمتي a اللتين من أجلهما يكون المستوى (P_a) مماسا للفلكة (S)

التمرين الثالث (3 نقط):

في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي $z_A=1+5i$ و $z_B=1-5i$ و $z_C=5-3i$

0.25 1) حدد العدد العقدي z_D لحق النقطة D منتصف القطعة $[AC]$

0.5	2) ليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته $\frac{1}{2}$. حدد العدد العقدي z_E لحق النقطة E صورة B بالتحاكي h
0.5	3) نعتبر الدوران R الذي مركزه C وزاويته $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$. حدد صورة B بالدوران R
	4) لتكن F النقطة من المستوى العقدي التي لحقها $z_F=-1+i$
0.25	أ) تحقق أن: $\frac{z_D-z_A}{z_F-z_A}\times\frac{z_F-z_E}{z_D-z_E}=-1$
0.5	ب) استنتج أن $\left(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD}\right)+\left(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EF}\right)\equiv\pi[2\pi]$
0.5	ج) حدد الشكل المثلثي للعدد $\frac{z_E-z_F}{z_A-z_F}$ واستنتج طبيعة المثلث AEF
0.5	د) استنتج أن النقط A و D و E و F تنتمي الى دائرة يتم تحديد قطر لها.

التمرين الرابع (3 نقط):

يحتوي كيس على ثلاث كرات بيضاء وأربع كرات حمراء وخمس كرات خضراء لا يمكن التمييز بينها باللمس.
نسحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من الكيس .

1) ليكن الحدثان: A "الحصول على كرتين حمراوين بالضبط "
و B "الحصول على كرة خضراء واحدة فقط "

0.75	أ) تحقق أن $p(A)=\frac{12}{55}$ و $p(B)=\frac{21}{44}$
0.75	ب) أحسب $p(A/B)$ ، احتمال الحدث A علما أن الحدث B محقق. هل الحدثان A و B مستقلان ؟
	2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.
1	أ) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X
0.5	ب) احسب احتمال الحصول على كرتين خضراوين على الأقل

المسألة (8.5 نقط):

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $[0;+\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x^4\left(\ln x-1\right)^2 & ;\ x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $1cm$)

0.75	1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$
0.5	2) أ) بين أن الدالة f متصلة على اليمين في 0
0.5	ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 0 ثم أول النتيجة هندسيا

0.75	**3)أ) بين أن** $f'(x)=2x^3(\ln x-1)(2\ln x-1)$ **لكل** x **من المجال** $]0,+\infty[$
0.5	**ب) ضع جدول تغيرات الدالة** f
0.5	**4) أ) علما أن لكل** x **من المجال** $]0,+\infty[$ **لدينا** $f''(x)=2x^2(6\ln x-5)\ln x$ **ادرس إشارة** $f''(x)$ **على المجال** $]0,+\infty[$
0.5	**ب) استنتج أن المنحنى** (C) **يقبل نقطتي انعطاف يتم تحديد أفصوليهما**
1	**5) أ) أنشئ المنحنى** (C) **في المعلم** $(O;\vec{i},\vec{j})$ **(نأخذ :** $\sqrt{e}\approx 1.6$ **و** $e^2\approx 7.2$ **)**
0.5	**ب) باستعمال المنحنى** (C) **حدد عدد حلول المعادلة** $x^2(\ln x-1)=-1$
	6) نعتبر الدالة العددية g **المعرفة على** $\mathbb{R}$ **بما يلي :** $g(x)=f(|x|)$
0.5	**أ) بين أن الدالة** g **زوجية**
0.5	**ب) أنشئ** (C_g) **المنحنى الممثل للدالة** g **في نفس المعلم** $(O;\vec{i},\vec{j})$
0.5	**7) أ) نضع** $I=\int_1^e x^4(\ln x-1)dx$ **، باستعمال مكاملة بالأجزاء، أثبت أن** $I=\frac{6-e^5}{25}$
0.5	**ب) نعتبر الدالة العددية** h **المعرفة على** $]0,+\infty[$ **بما يلي :** $h(x)=x^5(\ln x-1)^2$ **تحقق من أن:** $h'(x)=5f(x)+2x^4(\ln x-1)$
0.5	**ج) استنتج أن:** $\int_1^e f(x)dx=-\frac{1}{5}-\frac{2}{5}I$
0.5	**د) احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى** (C) **ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتيهما** $x=1$ **و** $x=e$